

МАТЕМАТИКА 7

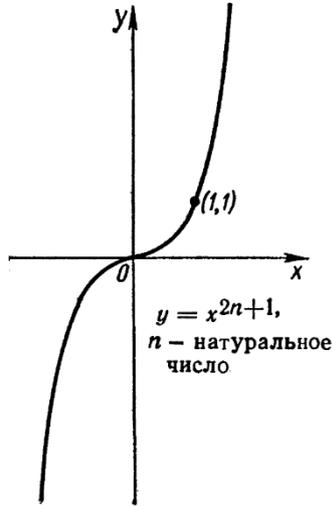
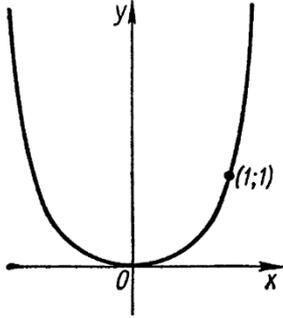
Памятка по ключевым вопросам

теории для подготовки к экзамену

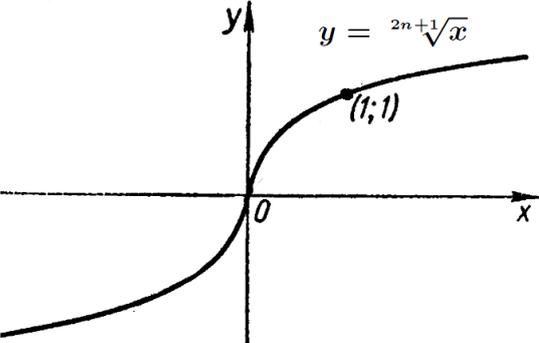
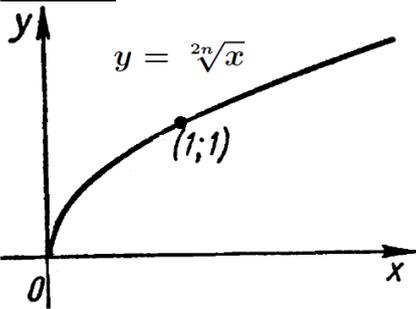
1) Вид графиков всех элементарных функций (тех и только тех, которые перечислены ниже) с их характерными точками:

$y = x^n$:

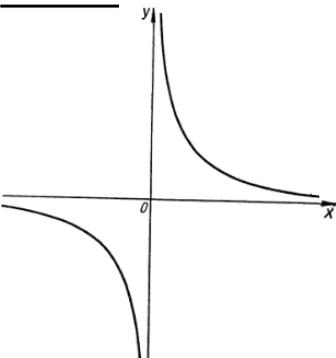
$y = x^{2n}$,
 n – натуральное число.



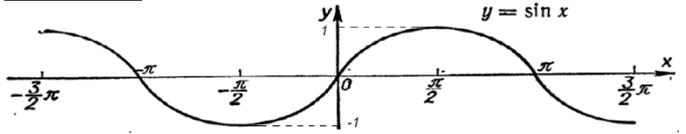
$y = \sqrt[n]{x}$:



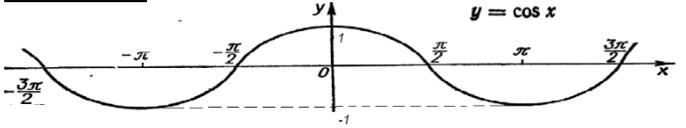
$y = 1/x$:



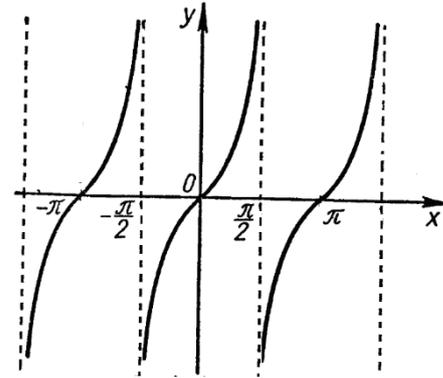
$y = \sin x$:



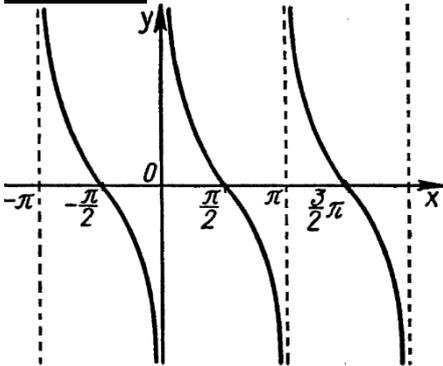
$y = \cos x$:



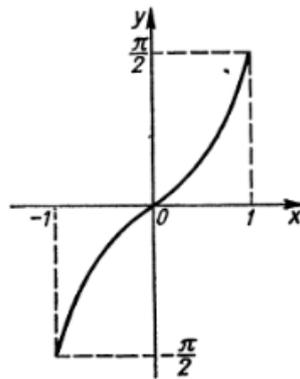
$y = \text{tg } x$:



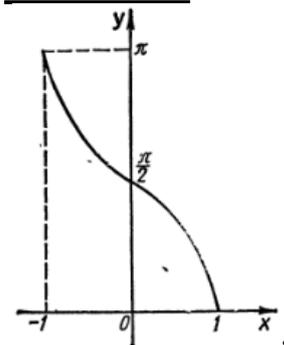
$y = \text{ctg } x$:



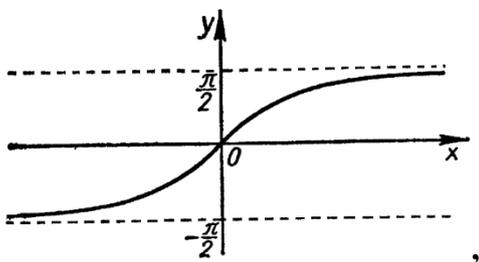
$y = \arcsin x$:



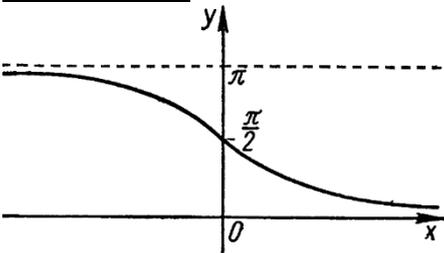
$y = \arccos x$:



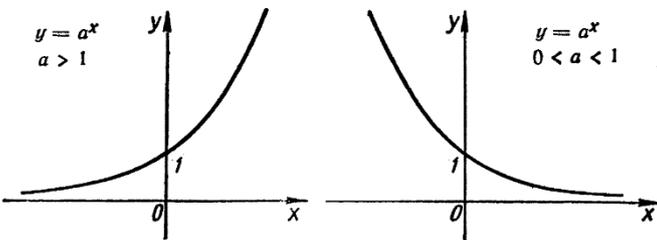
$y = \text{arctg } x$:



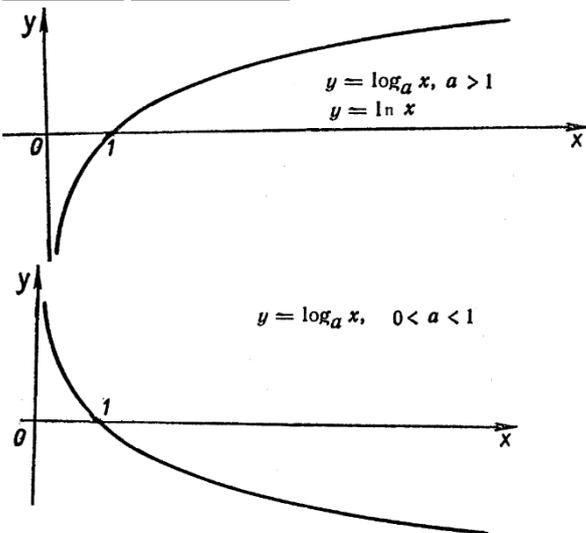
$y = \text{arcctg } x$:



$y = a^x$:

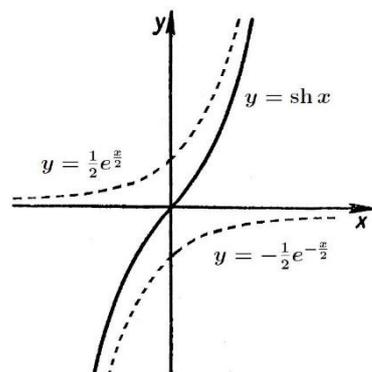


$y = \ln x, y = \log_a x$:



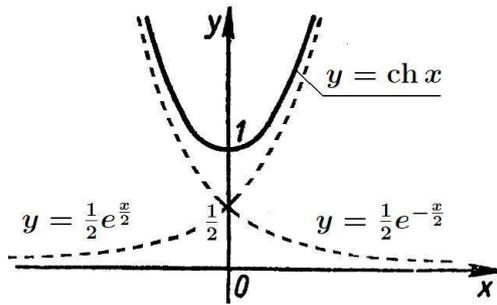
$y = \text{sh } x$ (графики $y = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}, y = -\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}$

приведены для пояснения вида графика $y = \text{sh } x$):

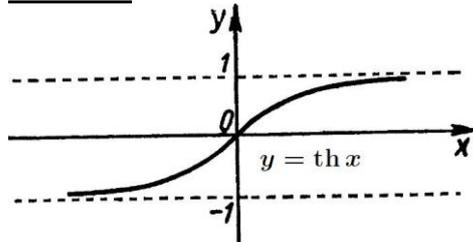


$y = \text{ch } x$ (графики $y = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}, y = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}$

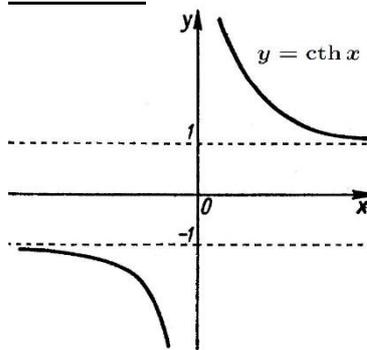
приведены для пояснения вида графика $y = \text{ch } x$):



$y = \text{th } x$:

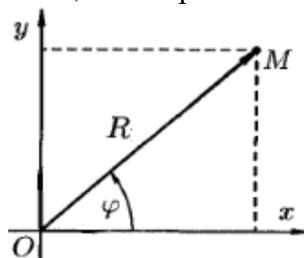


$y = \text{cth } x$:



2) Полярная система координат.

Положение точки M определяется двумя числами: расстоянием R от начала координат O до M и углом φ , образованным лучами OM и OX , и измеряемым против часовой стрелки.



Число R называется (полярным) радиусом, φ — полярным углом.

3) Формулы для перехода от декартовой к полярной системе координат.

Выражение декартовых координат через полярные

$$x = R \cdot \cos \varphi,$$

$$y = R \cdot \sin \varphi.$$

Выражение полярных координат через декартовы

$$R = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}.$$

4) Формулы преобразований координат на плоскости.

параллельный перенос

$$x = x_0 + \hat{x},$$

$$y = y_0 + \hat{y}$$

где x, y — старые координаты, x_0, y_0 — координаты нового начала координат в старой системе координат, \hat{x}, \hat{y} — новые координаты.

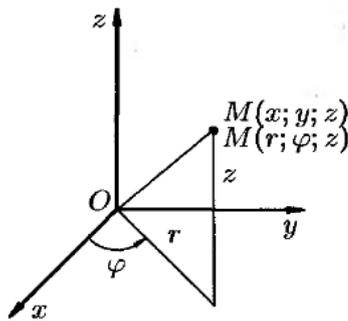
поворот

$$x = \hat{x} \cos \alpha - \hat{y} \sin \alpha,$$

$$y = \hat{x} \sin \alpha + \hat{y} \cos \alpha,$$

где x, y — старые координаты, α — угол поворота новой системы координат относительно старой системы координат, \hat{x}, \hat{y} — новые координаты.

5) Цилиндрическая система координат



r — длина радиус-вектора проекции точки M на плоскость XOY , φ — угол между радиус-вектором и лучом OX , измеряемый в плоскости XOY против часовой стрелки

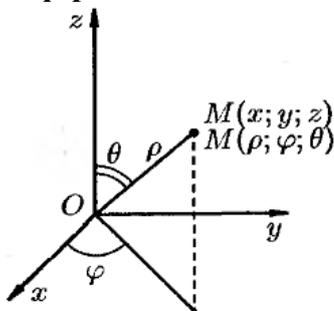
6) Формулы для перехода от декартовой к цилиндрической системе координат

$$x = r \cos \varphi,$$

$$y = r \sin \varphi,$$

$$z = z.$$

7) Сферическая система координат



ρ — длина радиус-вектора точки M , φ — угол между проекцией радиус-вектора на плоскость XOY и лучом OX , измеряемый в плоскости XOY против часовой стрелки, θ — угол отклонения радиус-вектора от оси OZ .

8) Формулы для перехода от декартовой к сферической системе координат

$$x = \rho \cos \varphi \cdot \sin \theta,$$

$$y = \rho \sin \varphi \cdot \sin \theta,$$

$$z = \rho \cos \theta.$$

$$(\rho \geq 0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi).$$

9) Уравнение касательной прямой для параметрической и неявной функций

Пусть кривая задана параметрически:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t). \end{cases}$$

Тогда уравнение касательной прямой к ней таково:

$$y - y(t_0) = \frac{y'_t(t_0)}{x'_t(t_0)} (x - x(t_0)).$$

Пусть кривая задана неявным уравнением

$$F(x, y) = 0.$$

Тогда уравнение касательной прямой к ней таково:

$$y - y_0 = -\frac{F'_x(x_0, y_0)}{F'_y(x_0, y_0)} (x - x_0).$$

10) Определение периодической функции

Функция называется периодической, если существует число $T > 0$, такое что для любого x выполнено равенство $f(x + T) = f(x)$.

11) Канонические уравнения сферы и эллипсоида

Каноническое уравнение эллипсоида:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Каноническое уравнение сферы с центром в точке (x_0, y_0, z_0) и радиусом R_0 :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R_0^2.$$

12) Полярное уравнение прямой

Пусть P — полярная ось. Проведем луч ℓ из начала координат O перпендикулярно к данной прямой. Обозначим через p длину отрезка ON . Тогда полярным уравнением прямой MN является:

$$r \cdot \cos(\varphi - \alpha) = p.$$

